Gabarito
(Sistemas de Numeração)

ACESSE: http://www.matematicario.com.br

1- [C]

O número 10^{100} corresponde ao algarismo 1 seguido de 100 zeros. Portanto, 10^{100} possui $1+100=101$ algarismos.

2- [A]

3- [D]

Sabendo que um gugol é igual a 10^{100}, segue-se que um gugolplex é igual a $10^{10^{100}}$. Portanto, um gugolplex possui $10^{100}+1$ algarismos.

4- [B]

Para produzir 150 peças, a máquina levará $150 \cdot 27 = 4050$ segundos ou

$3600 + 60 \cdot 7 + 30 = 1\text{h}\ 7\text{min}\ 30\ \text{s}$.

5- [C]

De acordo com a definição, vem

$$\begin{aligned}(3, 1, 0, 1)_{fat} &= 3 \cdot 4! + 1 \cdot 3! + 0 \cdot 2! + 1 \cdot 1! \\ &= 3 \cdot 24 + 1 \cdot 6 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \\ &= 72 + 6 + 1 \\ &= 79.\end{aligned}$$

6- [A]

$\overline{\text{MCC}}\text{V} = 1\ 205\ 000.$
$\overline{\text{XLIII}} = 43\ 000.$

7- [C]

Como 1 bilhão de anos é igual a $10^9 = 1.000.000.000$ anos, temos

$4{,}57 \cdot 10^9 = 4.570.000.000.$

8- [A]

A duração da viagem foi de $7\ \text{d} = 7 \cdot 24\ \text{h} = 168\ \text{h}$ e o número total de horas de sono foi $7 \cdot 8\ \text{h} = 56\ \text{h}$. Assim, ele falou durante $168 - 56 = 112\ \text{h} = 112 \cdot 60\ \text{min}$ e o número médio de palavras ditas por minuto foi $\frac{362800}{112 \cdot 60} = \frac{6048}{112} = 54.$

9- [D]

Se cada dedo da mão esquerda corresponde a uma talha e foram contadas vinte e cinco talhas, o marcador utilizou $\frac{25}{5} = 5$ dedos da mão esquerda.
Portanto, o marcador utilizou todos os dedos da mão esquerda uma única vez.

10- [E]

Sejam $M = ab$ e $N = ba$, com $a, b \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ e $a > b$.

Temos

$$\begin{aligned} ab - ba = ba - 1 &\Leftrightarrow 10a + b = 20b + 2a - 1 \\ &\Leftrightarrow 8a = 19b - 1,\end{aligned}$$

ou seja, $19b - 1$ é um múltiplo de 8.

Por inspeção, concluímos que $a = 7$ e $b = 3$ são os únicos valores possíveis para a e b. Logo,

$M + N = 73 + 37 = 110.$

11- a) Note que

$$123123123123123123 = 123 \cdot 10^{15} + 123 \cdot 10^{12} + 123 \cdot 10^{9} + 123 \cdot 10^{6} + 123 \cdot 10^{3} + 123.$$

Portanto, o resultado pedido é

$$\begin{aligned}\frac{123123123123123123}{123} &= \frac{123 \cdot 10^{15} + 123 \cdot 10^{12} + 123 \cdot 10^{9} + 123 \cdot 10^{6} + 123 \cdot 10^{3} + 123}{123} \\ &= 10^{15} + 10^{12} + 10^{9} + 10^{6} + 10^{3} + 1 \\ &= 1001001001001001.\end{aligned}$$

b) Podemos escrever $1001 = 1000 + 1$. Logo, temos

$$715 \cdot 1001 = 715 \cdot (1000 + 1) = 715715.$$

Seja abc, com $a, b, c \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ e $a \neq 0$.

O segredo é que todo número abc multiplicado por 1001 resulta em

$$abc \cdot (1000 + 1) = abc000 + abc = abcabc.$$